შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

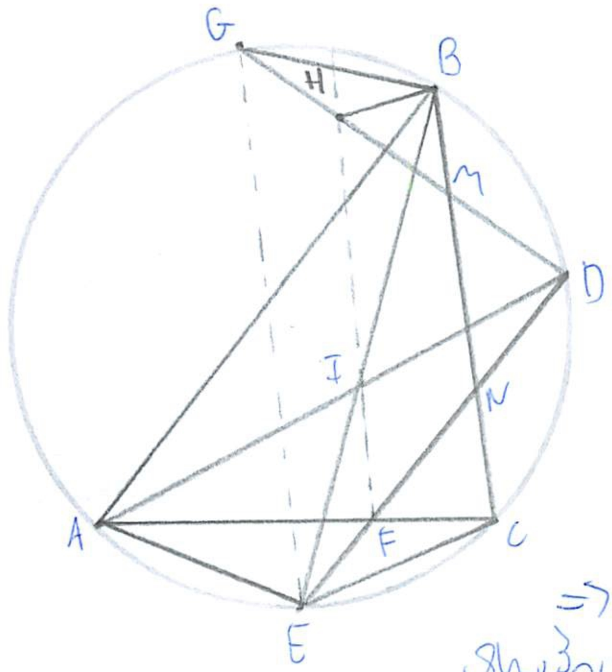
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21

25.04.2015/ მათ/III/ 619

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



ე.ი. BH $\triangle DFH$-ის მედიანა

$\angle BAD=\angle BED$

$\angle BAD=\angle DAC=\angle BED$, ანუ ოთხკუთხედ AIFE-ში

$\angle IAF=\angle IEF$ ანუ AIEF-ზე შემოიხაზება წრეწირი

$\angle EIF=\angle EAC=\angle EBC$

ანუ $IF \parallel BC \Rightarrow$

$\Rightarrow GE \parallel BC \Rightarrow GBCE$ არის ტრაპეცია და რადგან წრეწირში ჩახაზულია ტოლფერდაა, $\breve{BD}=\breve{DC}$ ანუ $\angle BGD=\angle DEC$ ~~ამიტომ~~ რადგან $\angle BGE=\angle CEG \Rightarrow \angle DGE=\angle DEG \Rightarrow \triangle DGE$ ტოლფერდაა. GHFE ტრაპეციაც ტოლფერდაა, $GH=EF$ რადგან $\angle HGB=\angle CEF$, $EC=GB$ და $GH=EF \Rightarrow \triangle GBH=\triangle CFE$ $\angle ECF=\angle GBH$. ახლა დავამტკიცოთ, რომ $\angle BHD=\angle DFH$ მაშინ BH გამოვა მედიანა. ვთქვათ BC DG-ს კვეთს M-ში ხოლო DE BC-ს კვეთს N-ში. ვთქვათ $\angle BAD=\alpha$ და $\angle ABE=\beta$, მაშინ $\angle DEG=\frac{\breve{BG}}{2}+\frac{\breve{BD}}{2}=\frac{\breve{EG}}{2}+\frac{\breve{DC}}{2}=\alpha+\beta$. $\angle ACE=\beta$, $\angle DEC=\alpha$, $\angle NFC=\alpha+\beta=\angle CNF$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21	25.04.2015/ მათ/III/ 619
ამოცანა № 1	გვერდი № 2

რადგან $\Delta BGH = \Delta CFE \Rightarrow \angle BHM = \angle NFC$ რადგან
რადგან $\angle GBH + \angle HGB = \angle CEF + \angle FCE = \alpha + \beta$
ასევე რადგან ΔDMN ტოლფერდაა და $\angle BMH = \angle DNM = \alpha + \beta$ ანუ $\angle BHM = \angle BMH$. $HFNM$ ტოლფერდა ტრაპეციაა $\angle HFN = 180^\circ - \angle FNM = 180^\circ - (180^\circ - \alpha - \beta) = \alpha + \beta$
$\angle HFN = \angle BHM = \alpha + \beta$ ანუ BH ΔFDH-ზე შემოხაზული წრეწირის მხებია.

რ.დ.გ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21

25.04.2015/ მათ/III/ 619

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$x, y \in \mathbb{Z}$ ვთქვათ $x > y$

$7x^2 - 13xy + 7y^2 = (|x-y|+1)^3$

$\cancel{7x^2} \; 7(x-y)^2 + xy + (y-x)^3 + (-1)^3 =$

$= 3(x-y+1)(x-y)$ რადგან $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ როცა $a+b+c=0$

$xy - 1 \vdots x-y$

[illegible]

$xy-1 = (x-y-1)((x-y)^2 - 3(x-y) - 3)$

~~$xy-1 \vdots x-y-1$~~ $(x-y-1; x-y) = 1$

$xy-1 \vdots x-y$ ამიტომ

$(x-y)^2 - 3(x-y) - 3 \vdots x-y$ $x \neq y$

$3 \vdots x-y \Rightarrow x = y+1$ ან

$x = y+3$

ან

$x = y-1$

$x = y-3$

1. $x = y+1$

$y^2 + y - 1 = 0$ არ [illegible]

2. $x = y+3$

$y^2 + 3y - 1 = \cancel{0} \; 2(9-9-3) = -6$

$y^2 + 3y + 5 = 0$ არ აქვს [illegible]

თუ $x=y$ მაშინ

$7x^2-13x^2+7x^2=1$

$x^2=1$

$x=\pm1$ $y=\pm1$

$x=1;\ y=1$

$x=-1$ $y=-1$

3. $x=y-3$

y^2-3y $\qquad y^2-3y-1=-4\cdot(15)$

~~$y^2-3y-1=-3(\ldots y+y-3)=$~~

$=-45$

~~$y^2-3y+44=0$~~

არ აქვს

$y^2-3y+54=0$

არ აქვს

4. $x=y-1$

$y^2-3y-1=-2$

$y^2-3y+1=0$

არ აქვს

ანუ $x=1;\ y=1$ ან $x=-1;\ y=-1$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 56-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 21

25.04.2015/ მათ/III/ 619

ამოცანა №

გვერდი №